

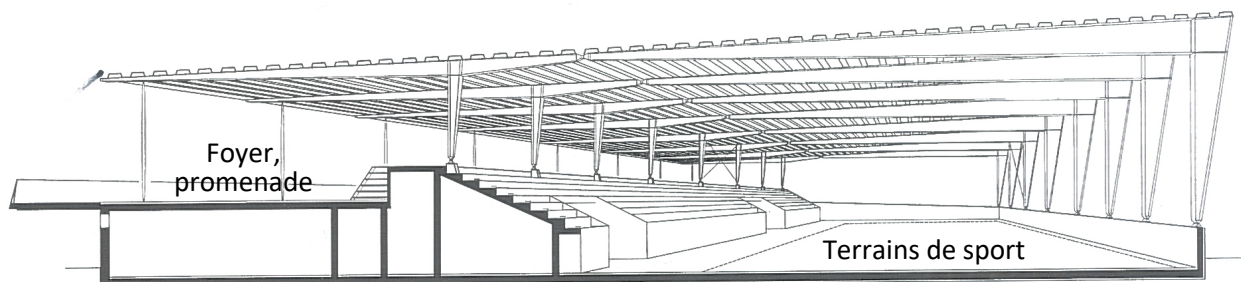
## Exercice 3 – Sporthalle Buchholz

### Donnée

La Sporthalle Buchholz est une halle avec trois terrains de sport dont la construction s'est terminée en 1998. La surface au sol du bâtiment est de 2'260m<sup>2</sup>. Le poids total de la structure porteuse en acier est de 145 tonnes.



La structure est composée de cadres à sections variables. La portée principale de la structure au-dessus des terrains est de 27m tandis que la portée secondaire, se situant sur le foyer et la promenade, mesure 14m. La plus grande colonne, à droite sur la coupe, mesure 7.50m de hauteur. La colonne centrale mesure, quant à elle, 3.60m tandis que la colonne de gauche a une hauteur de 4.80m. Une rotule est située au 1/6 (ou 5/6) de la portée principale. Quelques photos de cette halle figurent dans le TGC11 (§11 p.433) et elle est décrite dans la documentation SZS 16/1999.



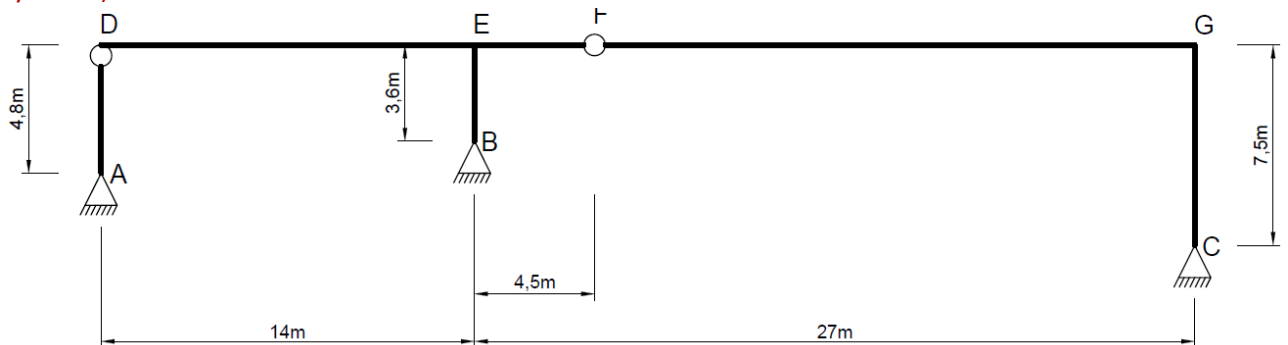


### Questions

- 1) Définir le système statique de cette structure à partir des photos et des grandeurs données dans l'énoncé. Nous négligerons ici les sections à inertie variable (inertie égale pour tous les éléments du système) ainsi que la pente du toit.
- 2) Démontrer que ce système est hyperstatique. Quel est son degré d'hyperstaticité ?
- 3) La structure est soumise à une charge de neige répartie de  $2 \text{ kN/m'}$  appliquée sur la toiture. La réaction d'appui verticale de la colonne centrale est donnée et est égale à  $45,20 \text{ kN}$ .
  - a. Cette donnée supplémentaire est-elle suffisante pour calculer les efforts et pourquoi ?
  - b. Calculer les efforts dans la structure, en connaissant la réaction d'appui verticale de la colonne centrale et sachant que la réaction d'appui horizontale de la colonne de gauche est égale à 0 (en effet cette colonne est dite « pendulaire » ; en effet, si elle-même n'est pas soumise à une force perpendiculaire à son axe, celle-ci ne reprend alors que des efforts normaux).
- 4) La charge de neige de l'exercice précédent ( $2 \text{ kN/m'}$ ) est cette fois appliquée sur la moitié droite de la toiture. La partie à gauche de la toiture est soumise à la moitié de la charge de neige, soit  $1 \text{ kN/m'}$ . Ce cas est caractéristique des cas de charges donnés dans les normes suisses SIA pour le dimensionnement des structures. Pour simplifier les calculs, on donne cette fois les réactions d'appuis verticales dans les trois colonnes (de gauche à droite) :  $4,37 \text{ kN}$  ;  $30,41 \text{ kN}$  ;  $26,72 \text{ kN}$ .
  - a. Calculer les efforts dans la structure.
  - b. Que peut-on conclure à partir de ces résultats et de ceux obtenus à la question précédente ?
  - c. Suite à des problèmes d'étanchéité, des techniciens devront débayer la neige sur la moitié gauche de la structure pour pouvoir travailler. Suite aux résultats obtenus précédemment, quelles conclusions peut-on déjà faire ?
- 5) Selon vous quelles sont les conséquences de la simplification du système par le choix des inerties constantes ? Cette simplification vous semble-t-elle correcte ?

Corrigé

- 1) Définir le système statique de cette structure à partir des photos et des grandeurs données dans l'énoncé. Nous ne prendrons pas en compte ici les sections à inertie variable (inertie égale pour tous les éléments du système).



- 2) Démontrer que ce système est hyperstatique. Quel est son degré d'hyperstaticité ?

Nombre d'éléments : 3

Nombre d'équations d'équilibre par élément (dans un plan) : 3

→ Nombre d'équations d'équilibre  $N = 3 \times 3 = 9$

Nombre de réaction d'appui : 6

Nombre de réactions aux nœuds : 4

→ Nombre d'inconnues statiques  $U = 6 + 4 = 10$

Système à  $N$  équations pour  $U$  inconnues →  $U - N = 10 - 9 = 1$  → système hyperstatique de degré 1

- 3) La structure est soumise à une charge de neige répartie de  $2 \text{ kN/m'}$  appliquée sur la toiture. La réaction d'appui verticale de la colonne centrale est donnée et est égale à  $41.35 \text{ kN}$ .

- a. Cette donnée supplémentaire est-elle suffisante et pourquoi ?

Cette donnée supplémentaire élimine une inconnue dans le système d'équations d'équilibre. Le nombre d'inconnues de réaction d'appui passe alors de 6 à 5. Ainsi le nombre d'équations d'équilibre est égal au nombre d'inconnues et le système peut alors être résolu de la même manière qu'un système isostatique.

- b. Calculer les efforts dans la structure, en connaissant la réaction d'appui verticale de la colonne centrale et sachant que la réaction d'appui horizontale de la colonne de gauche est égale à 0 (en effet cette colonne est dite « pendulaire » ; si elle-même n'est pas soumise à une force perpendiculaire à son axe, celle-ci ne peut alors reprendre que des efforts normaux).

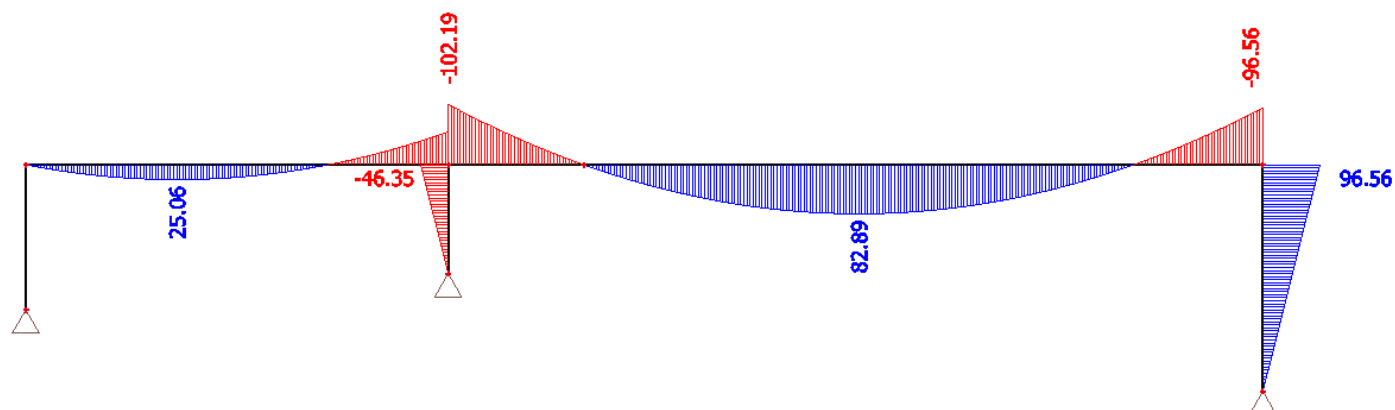
Nous avons donc,

$$V_B = 41.35 \text{ kN}$$

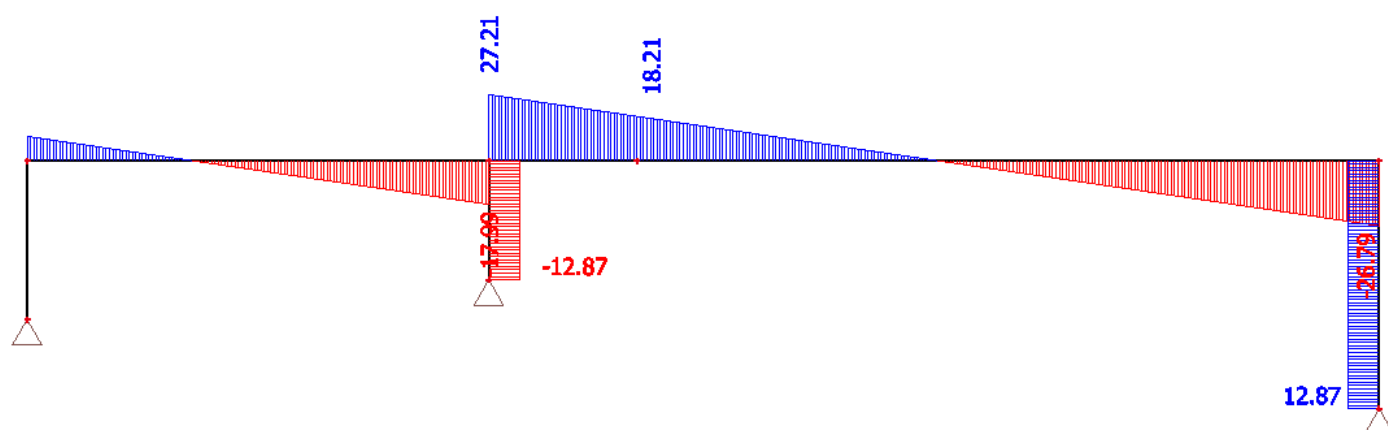
$$H_A = 0 \text{ kN}$$

Pour résoudre le problème, Il faut séparer le système en 3 sous-systèmes, en effectuant une coupe en D et en F et en extériorisant les forces au droit de ces rotules. Nous obtenons alors 9 équations d'équilibre pour 8 inconnues (2 réactions verticales, 2 horizontales, 2 forces en D et 2 en F).

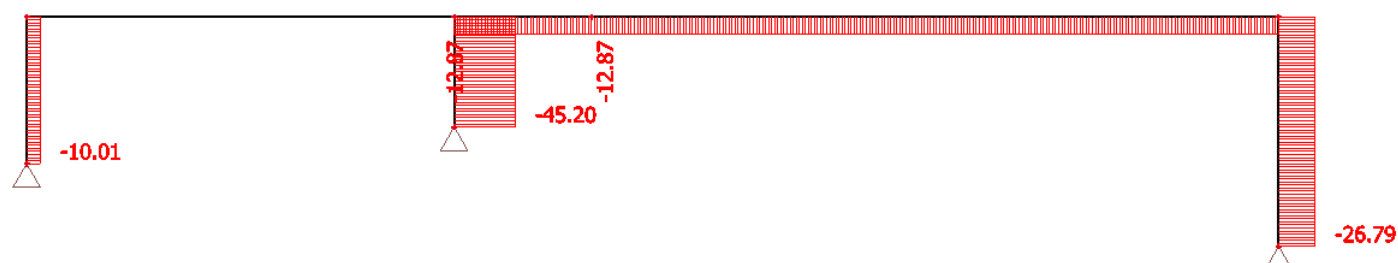
## DIAGRAMME DES MOMENTS



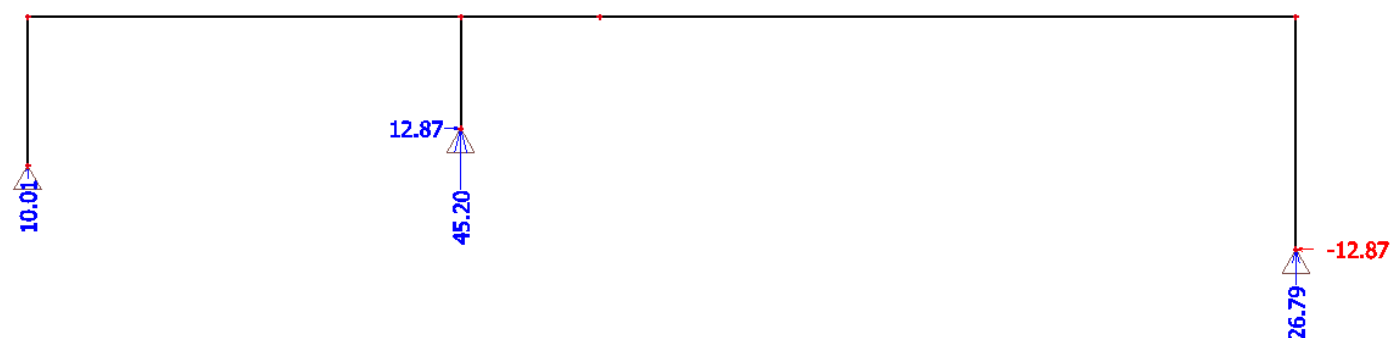
## DIAGRAMME DES EFFORTS TRANCHANTS



## DIAGRAMME DES EFFORTS NORMAUX



## REACTIONS D'APPUIS

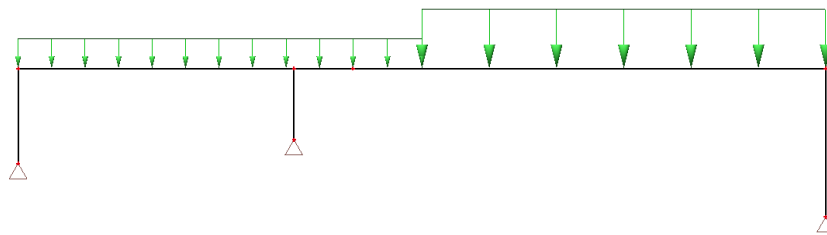


- 4) La charge de neige de l'exercice précédent (2 kN/m') est cette fois appliquée sur la moitié droite de la toiture. La partie à gauche de la toiture est soumise à la moitié de la charge de neige, soit 1 kN/m'. Ce cas est caractéristique des cas de charges donnés dans les normes suisses SIA pour le dimensionnement des

structures. Pour simplifier les calculs, on donne cette fois les réactions d'appuis verticales dans les trois colonnes (de gauche à droite) : 4,37kN ; 30,41kN ; 26,72kN.

a. Calculer les efforts dans la structure.

Nous avons donc la répartition de charge de neige suivante,



Nous savons que,

$$V_A = 4.37 \text{ kN}$$

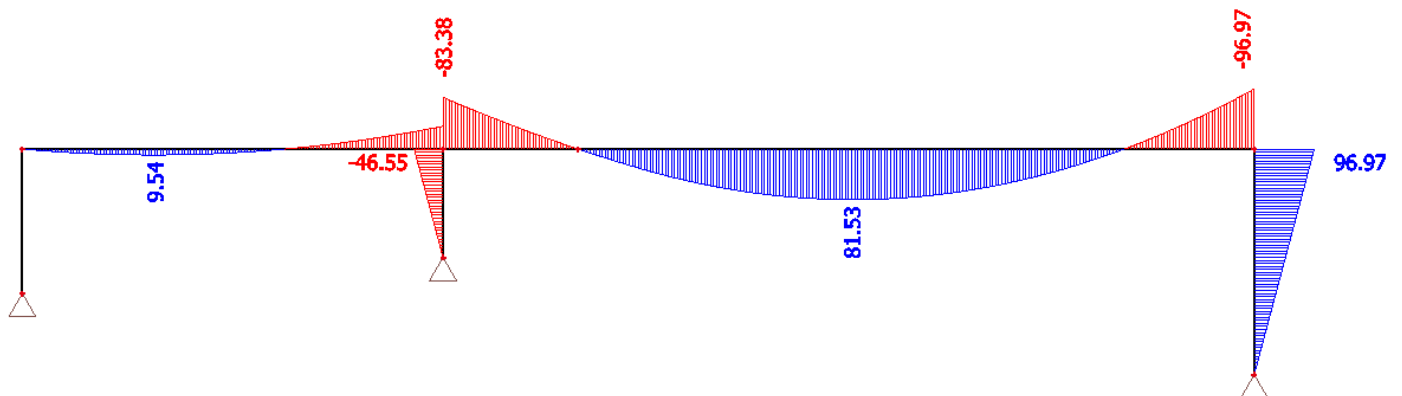
$$V_B = 30.41 \text{ kN}$$

$$V_C = 26.72 \text{ kN}$$

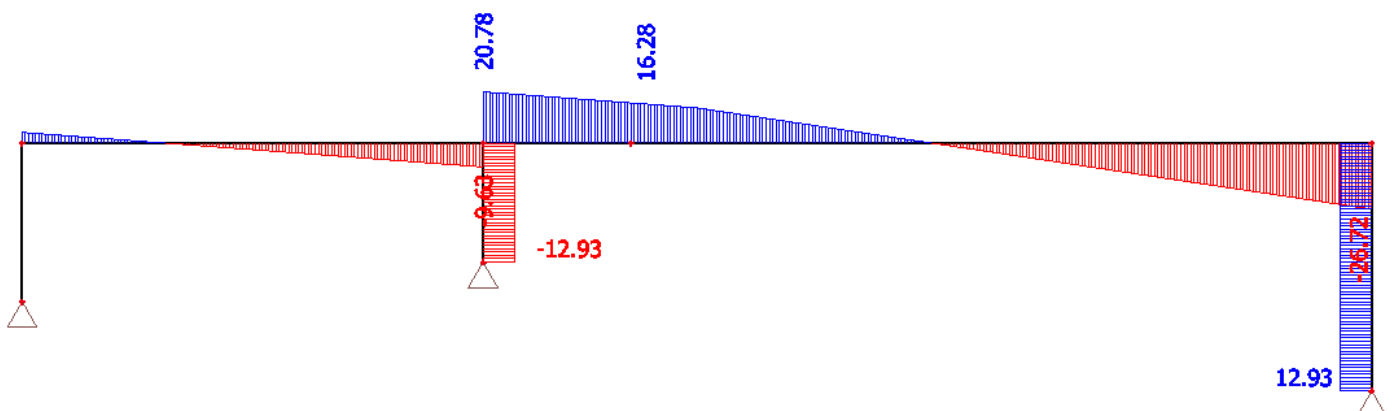
et de l'exercice précédent,

$$H_A = 0 \text{ kN}$$

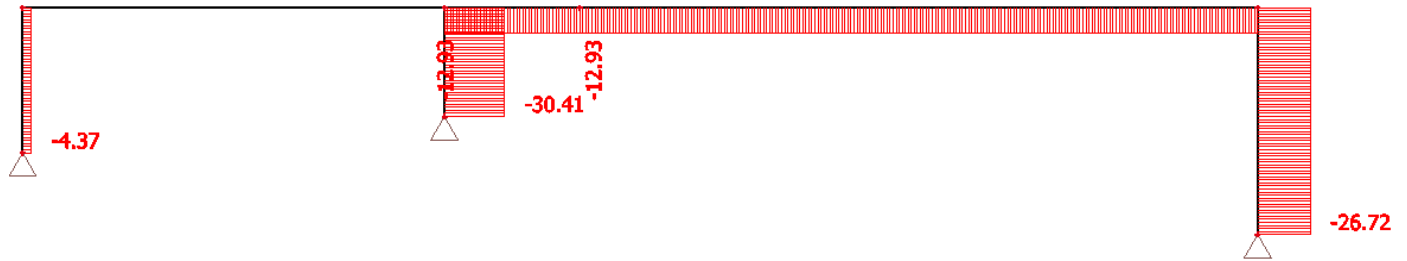
#### DIAGRAMME DES MOMENTS



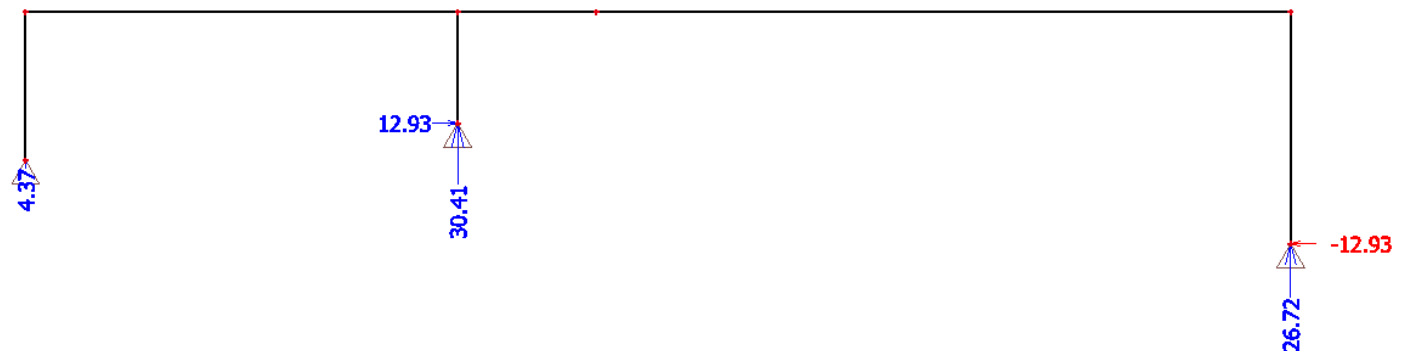
#### DIAGRAMME DES EFFORTS TRANCHANTS



## DIAGRAMME DES EFFORTS NORMAUX



## REACTIONS D'APPUIS

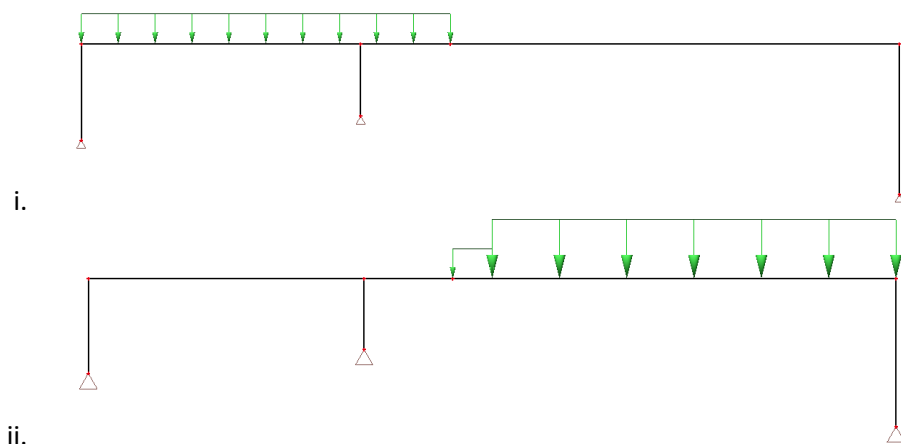


## b. Que peut-on conclure à partir de ces résultats et de ceux obtenus à la question précédente ?

Nous voyons que la partie droite de la structure (à droite du point F) est soumise aux mêmes efforts que dans la question précédente. La rotule au point F rend en effet la partie droite de la structure quasiment indépendante vis-à-vis de la partie de gauche. La charge verticale étant restée quasiment identique, les efforts dans cette partie n'ont en effet quasiment pas varié.

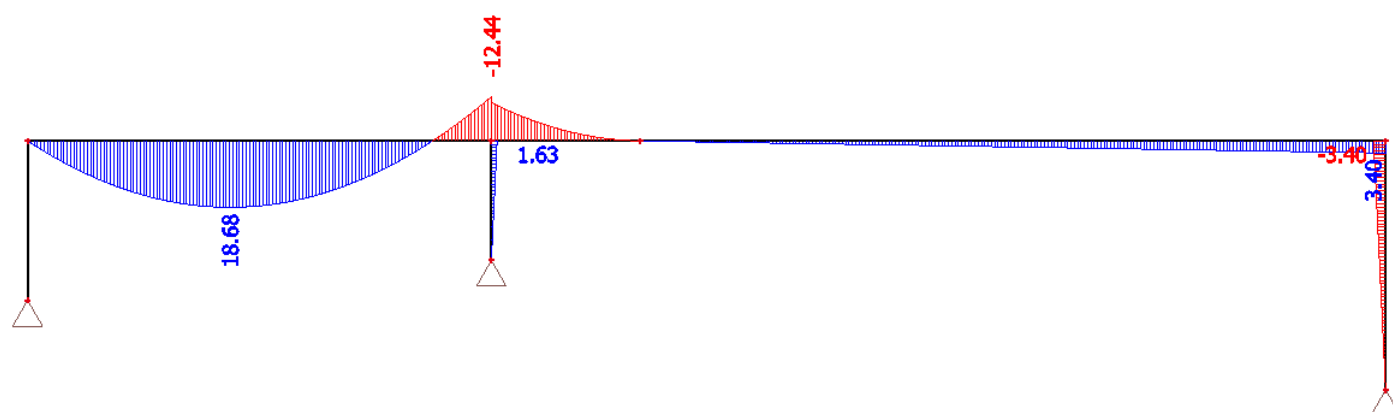
La partie de gauche est, quant à elle, dépendante des charges qui lui sont appliquées directement mais aussi des charges qui sont appliquées sur la partie de droite car celle-ci est appuyée par le biais de la rotule en F sur la partie gauche de la structure.

Note : Ceci peut être mis en avant en calculant deux modèles avec les charges à gauche et droite de la structure (par rapport au point F) soumises aux mêmes charges que dans l'énoncé. Les résultats des calculs sont donnés ci-dessous.

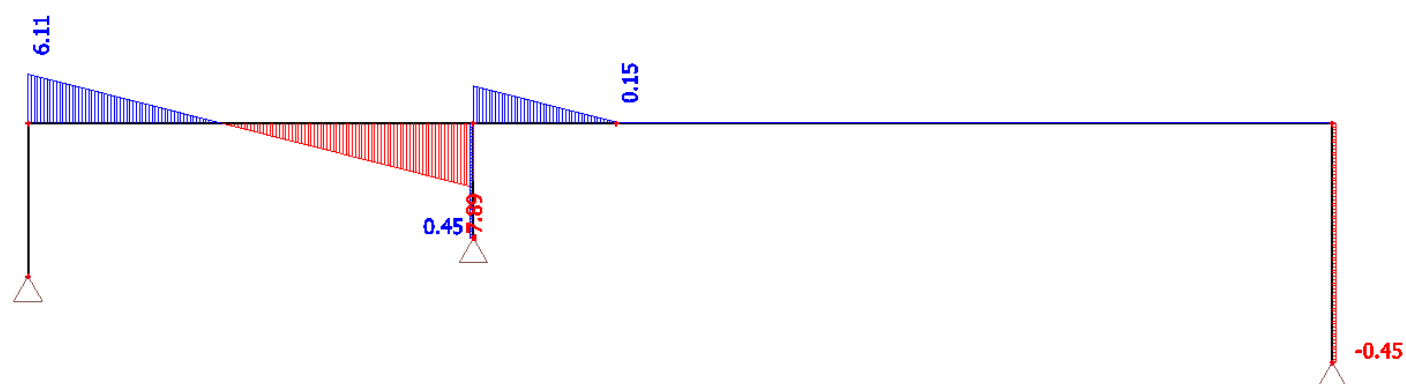


## MODELE AVEC LES CHARGES A GAUCHE DU POINT F

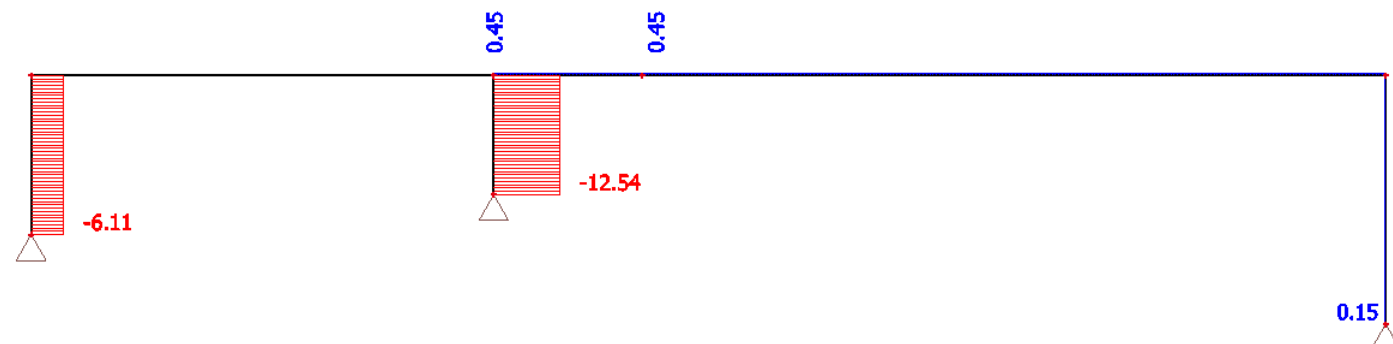
## DIAGRAMME DES MOMENTS



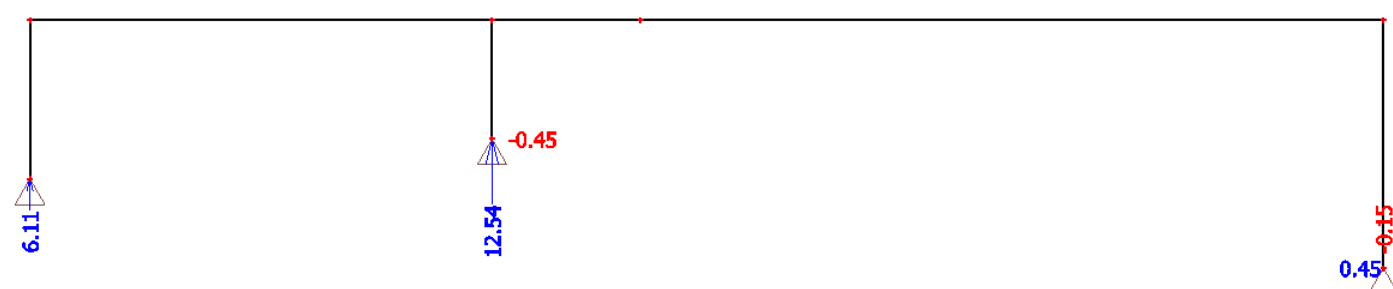
## DIAGRAMME DES EFFORTS TRANCHANTS



## DIAGRAMME DES EFFORTS NORMAUX

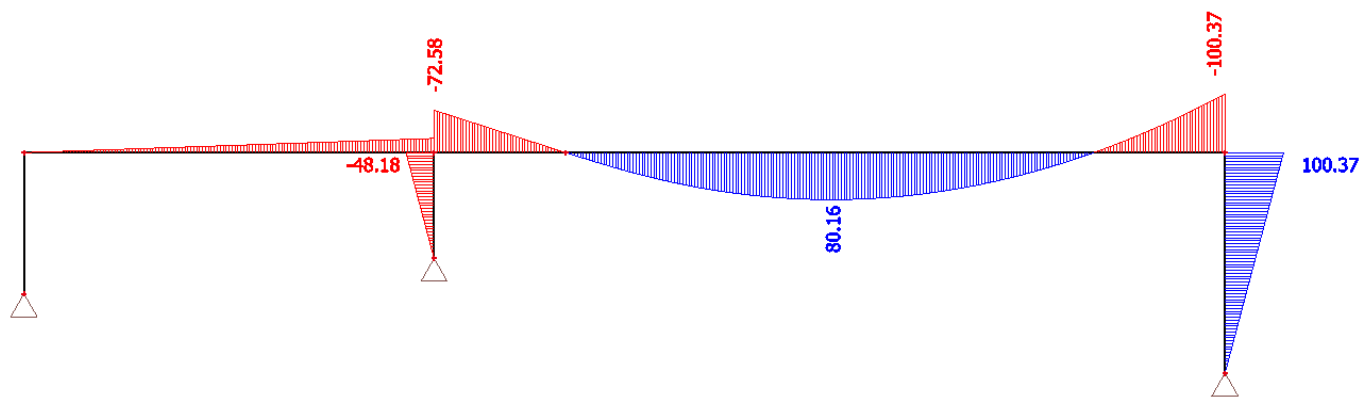


## REACTIONS D'APPUIS

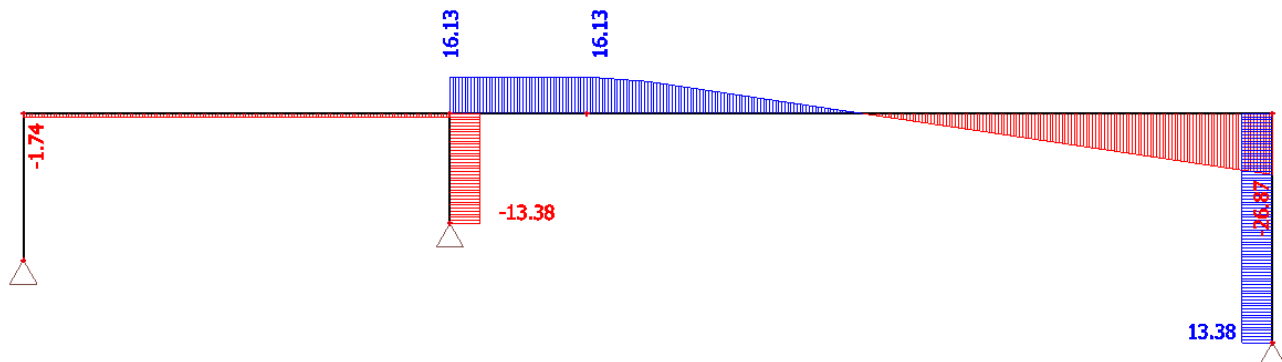


## MODELE AVEC LES CHARGES A DROITE DU POINT F

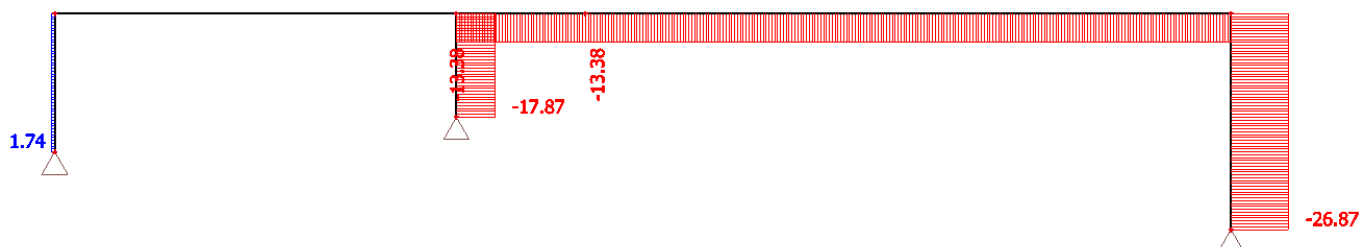
## DIAGRAMME DES MOMENTS



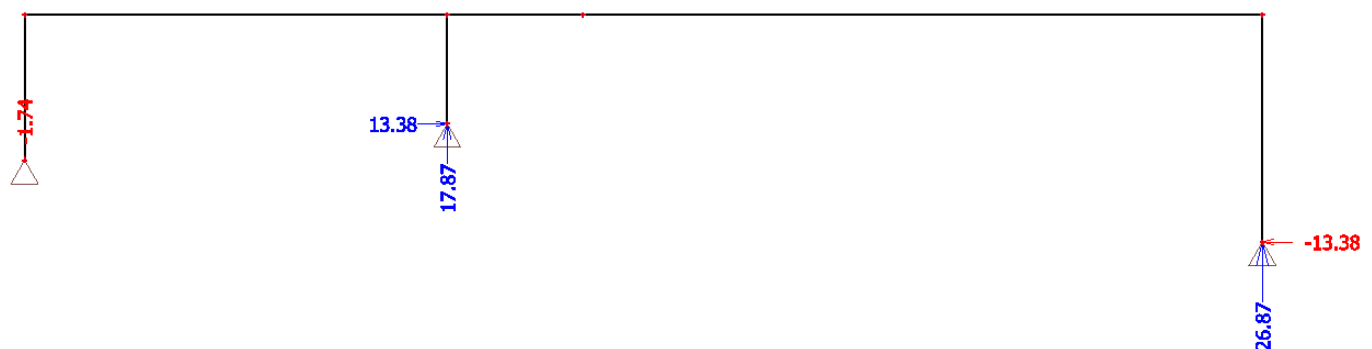
## DIAGRAMME DES EFFORTS TRANCHANTS



## DIAGRAMME DES EFFORTS NORMAUX



## REACTIONS D'APPUIS



Il est alors intéressant de remarquer que lorsque la partie de droite de la structure (à droite du point F) est soumise à une charge, l'influence sur la partie de droite peut être importante. En effet la position de la rotule F est importante et détermine grandement le type d'efforts engendrés dans la partie de gauche. Ici nous voyons que les charges dues à la partie de droite soulagent la colonne de gauche (moins

d'efforts de compression), diminuent le moment à mi-travée de la poutre de gauche mais augmentent considérablement les moments au nœud E.

L'hyperstaticité de la structure apporte son lot d'inconnues et rend parfois difficile l'interprétation du comportement des structures. Les hypothèses faites lors de la détermination du système statique ont donc une importance cruciale.

- c. Suite à des problèmes d'étanchéité, des techniciens devront déblayer la neige sur la moitié gauche de la structure pour pouvoir travailler. Suite aux résultats obtenus précédemment, quelles conclusions peut-on déjà faire ?

Nous voyons tout de suite au point a. que la colonne de gauche est « soulagée » par l'application d'une charge plus importante sur la travée principale. Nous pouvons donc en déduire que cet effet sera encore plus important dans le cas où la charge de neige est totalement supprimée de la travée de gauche. Si l'on fait l'hypothèse que la variation est linéaire, ce qui n'est pas le cas mais donne une estimation, on peut même supposer que l'effort dans la colonne n'est plus de la compression mais de la traction.

Nous pouvons vérifier cela dans la note donnée au point b., dans laquelle nous donnons la solution où la colonne est soumise à un effort de traction sous charge de neige. En réalité le poids propre de la structure viendra certainement compenser l'effort de traction dans le cas présent mais il est important de vérifier tous les cas possibles lors d'un dimensionnement.

- 5) Selon vous quelles sont les conséquences de la simplification du système par le choix des inerties constantes ?

Une première approche simple avec des inerties constantes est importante pour comprendre le fonctionnement global de cette structure. Cette première approche est rapide et permet de tirer certaines conclusions quant à la répartition des efforts. Il est cependant important de comprendre que plus les variations d'inertie sont grandes, et plus la structure est hyperstatique, plus le modèle et les résultats obtenus sont erronés. C'est pourquoi il est alors important dans un deuxième temps d'effectuer une vérification en considérant les sections variables.

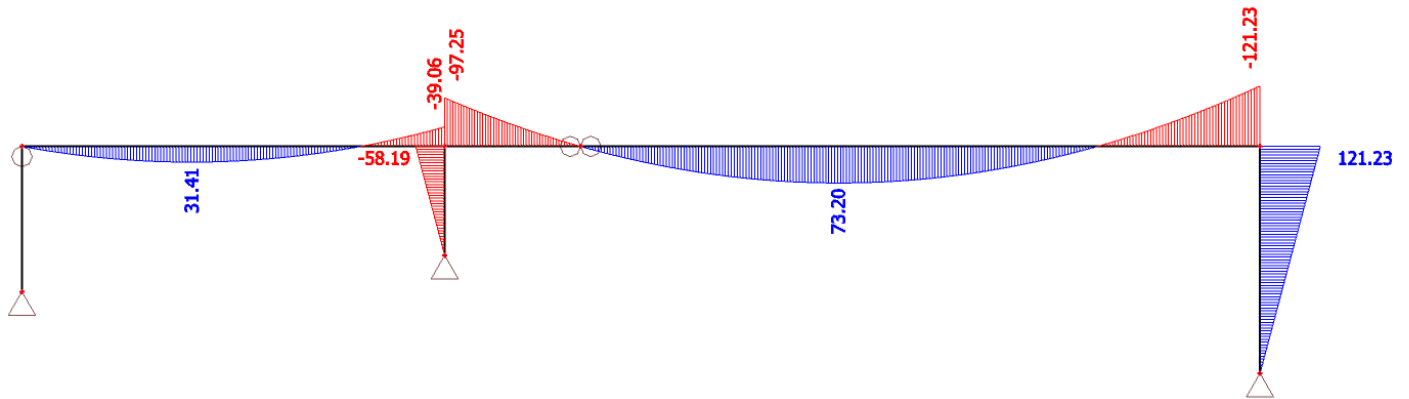
Le fait d'augmenter les inerties aux angles de cadre a pour conséquence d'attirer encore plus les moments à ces endroits (les efforts se concentrent aux endroits les plus rigides). Par conséquent, il est probable que le moment en travée de la portée de 27 m va diminuer et se reporter sur les nœuds E et G, i.e. moments négatifs plus élevés. Il n'est pas possible de mieux connaître la répartition des efforts sans modèle de calcul avec inerties variables.

Note : Ci-après les calculs selon les données de la question 3) en tenant compte des inerties variables.

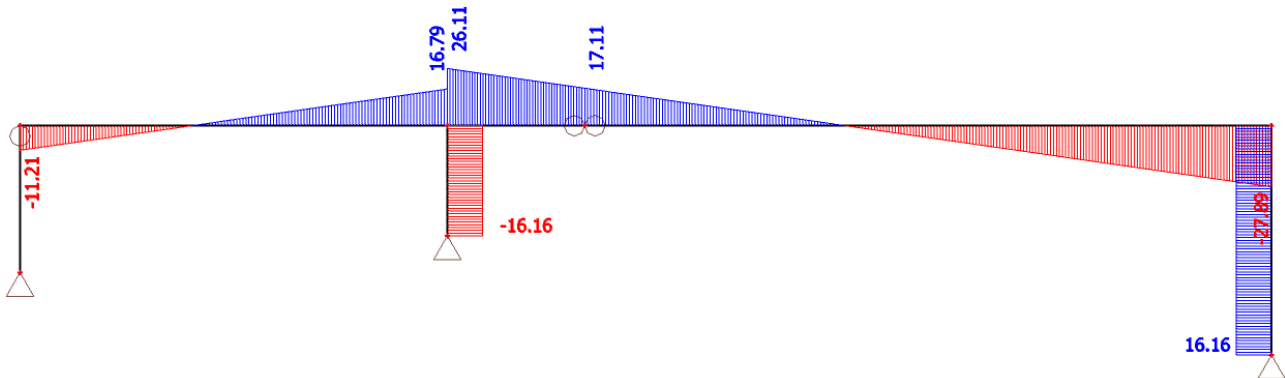
MODELE A INERTIE VARIABLE



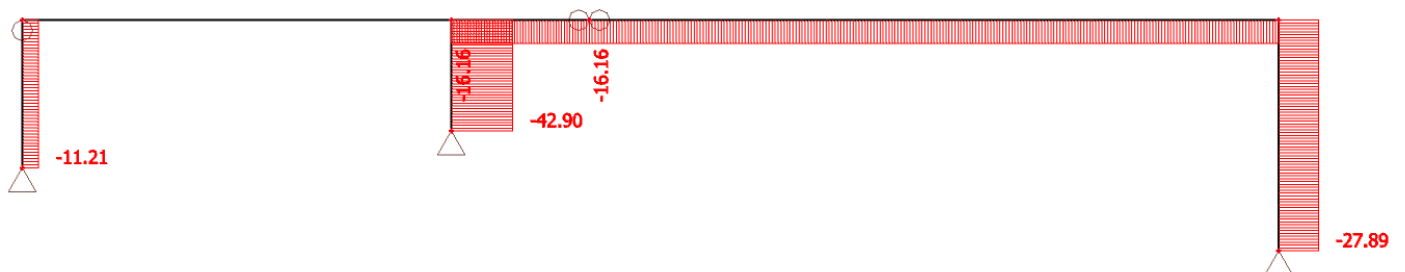
## DIAGRAMME DES MOMENTS



## DIAGRAMME DES EFFORTS TRANCHANTS



## DIAGRAMME DES EFFORTS NORMAUX



Nous voyons dans la comparaison entre les résultats obtenus à la question 3 et ceux obtenus ici que, comme nous le pensions, plus l'inertie d'un élément ou d'une partie d'élément est grande (et par la même la rigidité) plus celui-ci attirera les efforts. Dans le cas présent, les angles de cadre ont une inertie plus grande et reprennent donc plus d'efforts que dans un modèle avec inerties constantes. On passe de 82.89 kNm en travée à 73.20 kNm. C'est l'angle de cadre de droite, nœud G, qui voit son moment augmenter le plus, de 96.56 kNm à 121.23 kNm.

C'est la raison pour laquelle il ne faut pas négliger cette deuxième étape, car si les angles de cadres ont été dimensionnés selon les calculs du modèle à inertie constante dans une première étape, il se peut que les efforts supplémentaires obtenus après une vérification à l'aide d'un modèle à inertie variable invalident le dimensionnement réalisé à la première étape. Le dimensionnement/vérification est donc un processus itératif.